

多変数関数の解析的重ね合わせ ～ヒルベルトの第13問題の変種～



上級准教授 浅井 和人

計算機による非常に複雑な偏微分方程式の処理

概要

○多変数関数の解析的重ね合わせについて興味を持って研究を行っている。この問題の起源は古く、また素朴であり、多変数の関数を2変数や少ない変数の関数のみを用いて表示できないかというものである。

○この種の問題の有名な定式化としてはヒルベルトの第13問題があるが、そこでは、2変数連続関数を用いた重ね合わせが問題となっていて、それはKolmogorov、Arnol'dによって解決されている。これによれば、任意の多変数関数は、2変数連続関数の特定の型の重ね合わせで表示できるということである。

○しかし、解析関数や代数関数、滑らかな関数等を用いた重ね合わせについては、そのような単純な結論は得られず、あまり研究が進んでいない。本研究では、解析的あるいはある程度滑らかな重ね合わせについて調べている。そしてある特定の型の重ね合わせについては、そのように表せるための必要十分条件が具体的な偏微分方程式系で表示できることがわかった。

実用化の可能性

○本研究により、ヒルベルトの第13問題の解析的類似へのアプローチが期待される。

○また、実用的には、ある量 F が幾らかの要因で決まるとき、幾らかの変数をまとめて中間的な変数をつくり、その関数で F を表すというような、効果的な関数表現に応用することができると考えられる。

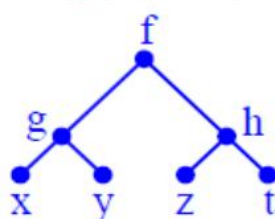
UBICからのメッセージ

○数学の分野で[実用化の可能性]を求めるのは無理があるとは思われますが、この「重ね合わせ」の学問は数学の他の分野の根底となっており・・・最終的には私たちの身近な部分に関係しているものと思われます。

研究概要図

The Simplest Case

Superposition
 $u = f(g(x,y), h(z,t))$



Partial Differential Equations

$$u_x u_{yz} - u_y u_{xz} = 0$$

$$u_x u_{yt} - u_y u_{xt} = 0$$

$$u_z u_{xt} - u_t u_{xz} = 0$$

$$u_z u_{yt} - u_t u_{yz} = 0$$